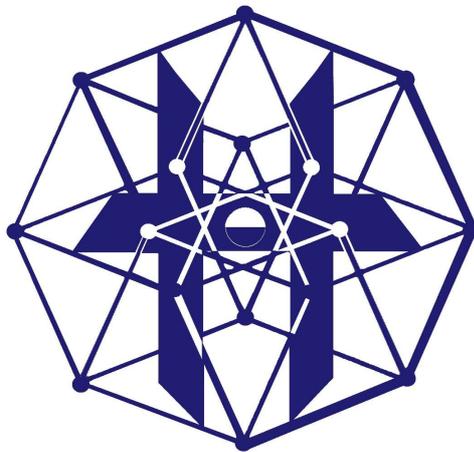


## **Una propuesta para el aprendizaje de las ciencias matemáticas: diferencia entre in-situ y on-line.**

**Autores (por orden alfabético):** Francisco García-García (Universitat de València).  
Araceli Giménez Lorente (Escola d'Art i Superior de Disseny d'Alcoi).  
José Luis Rodríguez Blancas (Universidad de Almería).

[francisco.garcia-garcia@uv.es](mailto:francisco.garcia-garcia@uv.es), [ikaraceli@gmail.com](mailto:ikaraceli@gmail.com), [jlrodri@ual.es](mailto:jlrodri@ual.es)

**Palabras clave:** matemáticas, educación, e-learning, cibermentorado, universidad, altas capacidades.



HIGH ABILITY  
DIMENSION  
[hadimension@gmail.com](mailto:hadimension@gmail.com)

## ÍNDICE

Resumen.....	3
Objetivo.....	3
Empezamos a jugar... empezamos a aprender.....	7
Blog de los Hermanos Mayores.....	7
Proyecto del cibermentorado. Blog del mundo de las ideas.....	7
Descripción de herramientas utilizadas en el ámbito universitario.....	10
¿Se pueden orientar estos recursos a personas con Altas Capacidades?.....	13
Blog de juegos topológicos.....	14
Conclusiones.....	17
Bibliografía.....	18

## Resumen

Los cambios tecnológicos se incorporan a nuestras actividades cotidianas. También a la enseñanza de las matemáticas, que se presentan como un recurso capaz de mejorar el proceso educativo desde la escuela hasta la universidad.

Necesitamos equilibrar la enseñanza in-situ con la virtual; partimos de las clases académicas y talleres, pero innovamos con el cibermentorado, donde el material didáctico ubicado en aulas virtuales, mini-videos, applets de Java, demos de Mathematica, blogs, y las webs especializadas como “onlinestatbool.com” -web que se ha incorporado a asignaturas de introducción a la estadística en titulaciones como matemáticas y biotecnología-, son protagonistas.

La matemática discreta es una posibilidad que permite motivar y acercar al alumnado no universitario a conceptos matemáticos que no se ven en los estudios académicos, como la topología y la geometría algebraica, ya que nuestras escuelas se centran en la aritmética, en el álgebra lineal, y en la geometría analítica.

Se desarrollan procesos de individualización educativa para atender a diferentes ritmos de aprendizaje. Ello supone una interesante posibilidad para los alumnos con *Altas Capacidades y Talentos*. Éste tipo de experiencias se están desarrollando, con la ayuda de un cibermentor/a, en la asociación *High Ability Dimension*.

## Objetivo

El objetivo de esta Comunicación es la presentación de un nuevo método educativo que se puede orientar hacia enseñanzas con necesidades educativas especiales. Los recursos que integran esta propuesta educativa se emplearon inicialmente en diversos ámbitos de la enseñanza incluyendo la universitaria. Su efectividad motivó la extensión de su aplicación a los alumnos con Altas Capacidades y Talentos.

Desde la asociación para el desarrollo de las Altas Capacidades y Talentos *High Ability Dimension* se llevan a cabo actividades con una doble vertiente: talleres como actividad extracurricular, donde existe un profesor mentor, y actividades on-line, cibermentorado y auto-aprendizaje desde los diversos blogs que forman parte de la asociación, donde cada blog es coordinado por un cibermentor/a.

## Empezamos a jugar... empezamos a aprender

Veremos en éste apartado algunas de las actividades de la asociación HAD, una de ellas se generó en la facultad de *Ciencias Matemáticas* de la Universitat de València (U.V), en concreto fue el taller de *Dibujo Topológico* llevado a cabo en la *Semana Cultural* del 2009, y que fue realizado en el 2010 con los niños y niñas de HAD. Otros como el *Taller de Grafos* de septiembre del 2011 parte de la idea de una práctica sobre circuitos del laboratorio de primer curso de la *facultad de Física* de la U.V y de una clase de la asignatura *Geometría y Topología de Dimensiones Bajas* a cargo de la profesora Francisca Mascaró, asignatura adaptada a los niños y niñas de HAD. Mostramos unas imágenes y lo describimos muy breve.

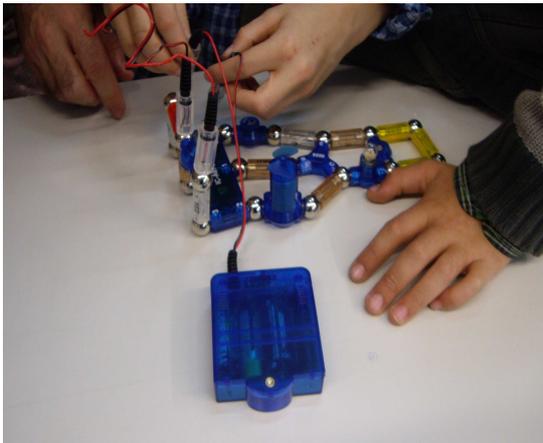


Fig.1 Taller de grafos. HAD, 2010

Tenemos sobre una mesa un juego didáctico de imanes que generan un circuito eléctrico con la potencia suficiente para encender una bombilla e incluso para hacer girar una hélice. Unos niños diseñan un nuevo circuito; antes han tenido una clase teórica, una introducción a la *teoría de grafos*. Se trata de matemáticas experimentales: saber ubicar el concepto de *grafo* en la vida real. Antes hemos trabajado conceptos como el grafo euleriano, proyectando sobre una pizarra blanca para que los niños y niñas puedan resolver un problema, se trata de una casa donde en cada habitación hay una mariposa y deben pasar por todas las puertas, encontrar las mariposas y salir al exterior una y una sólo vez.

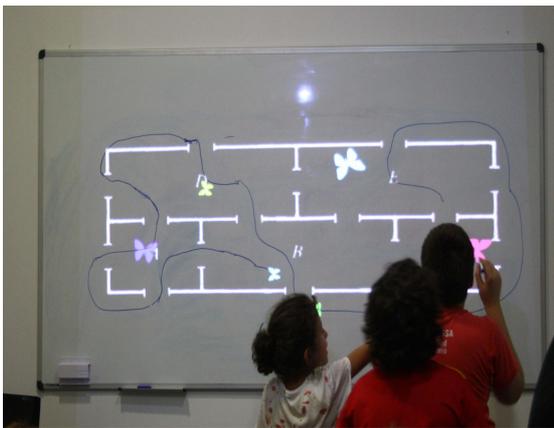


Fig.2 Grafo Euleriano. HAD 2011

Éste es uno de los talleres llevados a cabo en la asociación HAD. Un resumen de los talleres lo encontramos en el póster del congreso de la ECHA 2010 (European Council for High Ability) en París, y publicada una traducción en el blog de la asociación: <http://hadimension.blogspot.com>

Otros talleres que hemos hecho se pueden dividir en “*Dibujo Topológico*”, “*Experimentos Geométrico-Topológicos*” y “*Juegos Matemáticos*”.

En ellos se plantean las matemáticas en su vertiente más recreativa, es decir, creativa, dinámica y divertida.

**Objetivo:** Motivar a los niños y niñas con necesidades educativas especiales, en concreto con *Altas Capacidades y Talentos*, enseñándoles conceptos de matemáticas avanzadas diferentes de la

*aritmética* o de la *geometría euclidiana*, que es el temario que ven en la escuela; evitando así el fracaso escolar tan elevado junto con la apatía y desmotivación que presentan éstos niños y niñas.

**Preguntas:** ¿Podemos desarrollar otros aspectos como la inteligencia emocional?.

Los talleres in-situ nos permiten tener un contacto directo con los alumnos y desarrollar otra vertiente como la inteligencia emocional, la psicomotricidad y la sociabilidad. En el caso del taller de dibujo, es la psicomotricidad la protagonista; este taller tiene dos posibilidades: se lleva objetos naturales susceptibles de ser interpretados como el nautilus cortado por la mitad, donde se puede apreciar la espiral de Fibonacci, y entonces los niños y niñas tienen la opción de copiar o pueden ser creativos, cambiando colores o integrando la figura en un fondo, o quizás componiendo libremente a partir del modelo inicial. Esta actividad también nos permiten relacionar las matemáticas con el arte, y podemos hablar de autores como Leonardo da Vinci, Maurits Cornelis Escher, Salvador Dalí...

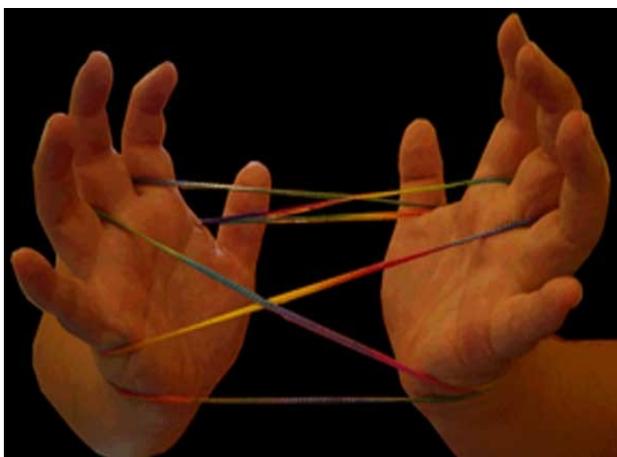


Fig.3 Juegos Matemáticos. HAD, 2010

Los Experimentos implican el concepto del descubrimiento y permiten innovar e interactuar, ya que los niños y las niñas deben trabajar en grupo para averiguar cómo construir un circuito que funcione, o cómo formar una banda de Moebius y experimentar con ella, cortándola por la mitad y ver qué ocurre. Y un poco de historia los motiva, fabricando *quipus incas*, ya que con anterioridad habíamos hablado de la teoría de nudos de Colin Adams. También hemos experimentado superficies mínimas con pompas de jabón para estudiar lo que se genera, por ejemplo, en cubos formados sólo por vértices y aristas,

y observar la creación de otras formas nuevas como el hipercubo. La metodología es: primero un poco de teoría para saber qué hacemos, luego realizamos el experimento, para al final comprobar los resultados y dar unas conclusiones.

En cuanto a los *Juegos*, tenemos los clásicos como el juego de la cuerda, y aquí volvemos a hacer referencia a la teoría de los nudos: El concepto de la permutación de las formas desde un origen, que es una circunferencia, una cuerda cerrada, que con el movimiento de las manos se cruza y se convierte en formas sintéticas que relacionamos con objetos cotidianos como el pan, la cuna, los palillos,... Otros son los *juegos de ingenio*, como las *Torres de Hanoi*, donde empezamos con conceptos como los algoritmos, es decir, seguimos un número de pasos finitos de forma clara moviendo las piezas, y esto genera una secuencia que podemos anotar para poder repetir luego el proceso; se trata de simplificar el mínimo número de pasos posibles para resolver el juego, y de divertirnos aprendiendo.

**Materiales:** *Crystal Growing Kit* (National Geographic), Geomag, Electrocefa, Juegos de Ingenio, proyector, cuerdas, papel pegamento y tijeras.

**Recursos:** Blog el mundo de las ideas. Blog de juegos topológicos.

**Habilidades:** Los alumnos aprenderán jugando algunos conceptos de Matemática Discreta y su aplicación en la vida cotidiana.

**Motivación:** Como diría G.H. Hardy, en Apología de un matemático: *Un matemático, lo mismo que un pintor o un poeta es un constructor de modelos. Si éstos son más permanentes que otros es porque están hechos de ideas.[...] Los modelos de un matemático, al igual que los de un pintor deben ser hermosos [...]La belleza es la primera señal, pues en el mundo no hay lugar permanente para las matemáticas feas.* Así que la belleza de las matemáticas es la primera motivación para nuestros alumnos y alumnas.

Esta breve descripción de algunos de los talleres que se imparten en la asociación **High Ability Dimension** nos ha llevado a pensar que podemos dar un paso más, con el proyecto del cibermentorado, equilibrando así la enseñanza tradicional con la actual, enseñanza in-situ versus on-line. El objetivo es precisamente uno de los valores que tiene internet, el poder llegar a cualquier lugar del mundo, el poder comunicar a personas alejadas en tiempo real, el compartir información. Todo ello lo podemos llevar al campo de la educación con un soporte on-line, como una serie de blogs entrelazados como si fuese una telaraña donde cada blog sea de un "cibermentor/a", e incluso podemos establecer la figura del "Hermano Mayor", un adolescente o adulto joven de *Altas Capacidades y/o Talentos* que guíe a un grupo de niños y niñas o adolescentes, que les cuente sus experiencias y cómo solucionó los problemas a medida que fue creciendo; es decir, como indica su nombre, que les aconseje igual que un hermano mayor. Está en proyecto también un blog de apoyo a los padres hecho por los padres. Y un foro con contraseña para que *los/las niños/as* puedan comunicarse entre ellos y con el *cibermentor/a*. Así tendríamos tres grupos: los *Cibermentores*, los *Hermanos Mayores* y los *Padres*, que deben converger en la educación de los niños, niñas y adolescentes con necesidades educativas especiales, por encima de la media. La plataforma virtual se ampliaría con una web central y una aula virtual, pero de momento estamos trabajando con los siguientes blogs:

Página principal:

<http://hadimension.blogspot.com/>

Mentores:

<http://topologia.wordpress.com/>

<http://www.magomoebius.com/>

<http://icaraideas.blogspot.com/>

Proyecto Hermano Mayor:

<http://superdotado-rof.blogspot.com>

[http:// murenanza.blogspot.com](http://murenanza.blogspot.com)

## Blog de los Hermanos Mayores

Tenemos dos blogs de Rubén Barrachina. Pasamos a describirlos.

La motivación que se ha tenido al crear el primer blog, “*El superdotado: Realidad o Ficción*”, era desmitificar conceptos falsos de la *superdotación intelectual*, e informar sobre la realidad de qué son las *Altas Capacidades y Talentos*. Los apartados en orden de página son: *Introducción - El violín - El número e – 10, ¿sobresaliente? - Bécquer - Rubik*.

*En la Introducción* se habla de qué es la superdotación, y se da una definición de la palabra: “persona con una capacidad mayor que la media para el aprendizaje de la media”; también tenemos una definición de la inteligencia: “predisposición a aprender o la facilidad para asimilar un conocimiento”.

*El violín*, el mito de Mozart no es la regla a seguir.

*El número e*, otro mito: se desconoce al personaje Jimmy Neutrón, ¿se puede ser “de letras” y ser de Altas Capacidades? Evidentemente, sí.

*10, ¿sobresaliente?*, llama la atención sobre el fracaso escolar en este tipo de niños y niñas.

*Bécquer*, “Los/las niños/as que presentan una *Alta Capacidad* suelen ser más maduros que el resto de niños y niñas de su edad. Esto se nota no sólo a la hora de hablar, sino también en su comportamiento. ”

*Rubik*, no siempre hay que jugar a juegos educativos. También necesitan divertirse como todos.

El segundo blog, se llama, *Los muros de la enseñanza*. Aquí se habla de las diferentes etapas educativas desde primaria hasta la Universidad, desde el punto de vista de un alumno que intenta evitar que otros alumnos pasen por las mismas dificultades. La página está en construcción.



Fig.4 Cibermentorado. HAD, 2011

### Proyecto del cibermentorado. Blog del mundo de las ideas

Las ventajas del cibermentorado nos permitirían conectar, como hemos dicho en la introducción, si estuviésemos en el mundo de la ficción, a tres niñas inteligentes como Mafalda en Argentina, Lisa Simpson en Springfield (EEUU), y Lilo en Hawaii; ellas podrían hablar en un foro on-line, comentar sus inquietudes, aconsejarse, y sobre todo no sentirse solas; también recibirían un *cibermentor/a*: a Mafalda le vendría bien un/a periodista, entrar en contacto con una ONG

apropiada, tener incluso su propio blog donde escriba sus inquietudes; a Lisa le pondríamos a un/a biólogo/a como cibermentor, y a medida que siguiese planteando preguntas, pensaríamos en otros científicos o especialistas. También entraría en contacto con un grupo ecologista y ello ayudaría a las dos niñas a desarrollar no sólo su potencial, sino la inteligencia emocional: se pondría en contacto con la asociación Jane Goodall, para la protección de los primates, por ejemplo; y a Lilo, ya que es tan aficionada a la fotografía, la haríamos socia de la *National Geographic Society*, e incluso la suscribiríamos a la revista. Siendo niñas, al ir creciendo cambiarían sus intereses, Y así iríamos cambiando de *cibermentores/as*. Y sobre las matemáticas, para completar las que dan en el

colegio, podríamos empezar por jugar un poco; ¿qué juegos se aconsejarían?, pues hay juegos online, software de Topología y Geometría, como *Torus Games*, *Kali*, *Curved Spaces*, y otros como *Chessmaster*; los juegos de la página de la *ESA kids*...

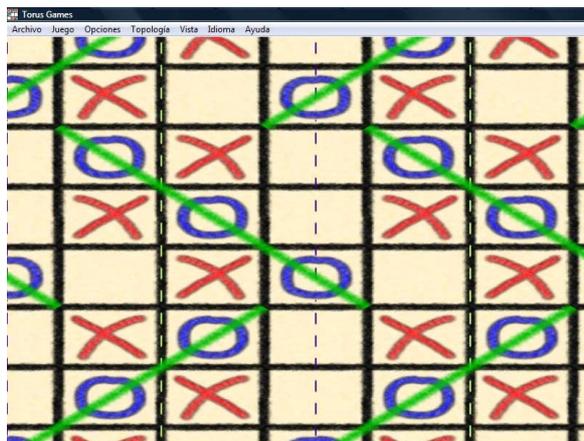


Fig.5 Torus Games. 3 en raya. Klein

En *Torus Games* ocho juegos introducen a los niños y niñas en el concepto de un universo finito sin fronteras. Se pueden imaginar seres de dos dimensiones que viven en el torus (superficie de una rosquilla) o en la botella de Klein (superficie cerrada con una sola cara). Tenemos el *Tres en Raya*, el *Laberinto*, el *Crucigrama*, *Sopa de Letras*, *Puzzle*, *Ajedrez*, *Billar*, y *Manzanas*. Ponemos una imagen de ejemplo.

En *Kali*, a partir de 17 patrones de mosaicos se crean dibujos simplemente moviendo el ratón; tenemos

dos tipos de notación, la *crystalográfica* y la *orbifold*. Éstos son conceptos difíciles, pero que los niños y niñas pueden intuir, y ya estamos los cibermentores para explicarlo.

En *KaleidoTile* se exploran los poliedros y las teselaciones mientras se crean obras de arte, todas de color.

*Curved Spaces* nos hace volar en universos multiconexos: es necesario no tener vértigo.

Cómo coser una manta hiperbólica. Instrucciones paso a paso para coser una manta hiperbólica a partir de tejido polar. Es idea del escultor [Helaman Ferguson](#).

*Hyperbolic Games*. Juegos de Sudoku, Billar y Laberinto en superficies hiperbólicas.

Así hay muchos juegos en la red, y se trata de recogerlos y ponerlos en un blog de *cibermentorado*, como en el apartado *Juegos Matemáticos* del blog *El mundo de las ideas*.

Una de las mejores webs para niños es [experiencingmaths.org](#), es una página concebida con la colaboración de la *Unesco*, por el *Centre Sciences* y el *Adecum*, que se trata de una exposición virtual que está dirigida a docentes de matemáticas y a sus alumnos. Presenta más de 200 situaciones matemáticas que proponen a los alumnos experimentar, ensayar, plantear hipótesis, testarlas, intentar validarlas, buscar, demostrar, y debatir algunas de las propiedades matemáticas. Los apartados que tenemos son:

1. **Leer la naturaleza:** *Espirales de la Naturaleza-El mundo fractal-Cónicas en el espacio.*
2. **Pavimentar un suelo:** *El arte del embaldosado-Caleidoscopios-¿Dónde estoy?.*
3. **Llenar el espacio:** *Amontonar naranjas-Poliedros-Problemas complejos.*
4. **Conectarse:** *De un único trazo-¡Cuatro colores bastan!-¿Dígame?.*
5. **Calcular:** *Con la cabeza y las manos-Números primos-Imágenes digitales.*
6. **Construir:** *Curvas & Velocidad-Curvas & Volúmenes-Curvas suaves.*

7. **Estimar:** ¿Dos bolas rojas?-¡Bingo!-¿Y el ganador es?.
8. **Optimizar:** Pompas de jabón-El camino más corto-La mejor forma.
9. **Demostrar:** Pitágoras-Números figurativos-¿Es cierto?.
10. **Concluir:** Experimente-Formule hipótesis-¡Demuestre!.

En el blog *El mundo de las ideas* tenemos varios temas a tratar. Aunque el tema principal son las matemáticas, hay otros temas como *Física*, *Biología*, el *Clima y el cambio Climático*, y la *Filosofía*, pero todos ellos están relacionados con las matemáticas en mayor o en menor grado. En Biología se habla de la teoría de la simbiosis de la Dra. Lyn Margulis, donde dos tipos de bacterias, el *termoplasma* y la *espiroqueta* forman la célula. La primera bacteria es básicamente agua y forma el citoplasma, la parte acuosa de la célula, mientras que la espiroqueta forma la membrana y todos los órganos, la parte más sólida del organismo unicelular; pero si lo miramos con otros ojos, en realidad son un código binario, 0-1: 0 es el termoplasma y 1 la espiroqueta, así que el origen de la célula es matemático, y si seguimos indagando las células se reproducen dividiéndose. E incluso la *Filosofía* podríamos relacionarla con las matemáticas, en concreto con la Topología, pues en el *mundo de las ideas de Platón*, cabe una interpretación: los objetos que vemos son las sombras de los objetos reales, y hay un "mundo", una dimensión donde existe "la idea" de éstos objetos.

Así que el blog del *mundo de las ideas* se dedica a divulgar una idea antigua, que todas las ciencias tienen un origen en común, y éste son las matemáticas, y así los niños pueden estudiar ésta ciencia para después quedarse en ella o irse a una de sus ramas, como la física. Pero con ello pueden ver el conjunto, y desarrollar la imaginación, ya que desde éste pilar, desde los fundamentos de las matemáticas podrán relacionar diferentes disciplinas científicas e incluso artísticas, pues entre otras, la música tiene un origen pitagórico.



Fig.6 Taller de Humor Matemático. Semana Cultural, Facultat de Ciències Matemàtiques (UV) 2009

## Descripción de herramientas utilizadas en el ámbito universitario

Los estudiantes también se encuentran inmersos en este espacio de cambios tecnológicos. Han adquirido destrezas con las variaciones que experimenta la sociedad, y son conscientes del atractivo que incorporan los nuevos formatos en la enseñanza.

La combinación de un abordaje *in-situ* y *on-line* puede tener un efecto de interacción interesante en el aprendizaje. Por ello en la enseñanza universitaria también se ha apostado por el uso de nuevos recursos docentes que permiten atender diferentes ritmos de aprendizaje. El uso de *mini-videos*, *blogs* y *webs* de aprendizaje especializado *on-line*, ha arrojado resultados positivos.

**Lilo está preguntando, “¿qué son los mini-videos?”.**

Los **mini-videos** son recursos audiovisuales caracterizados por su corta duración (aproximadamente entre 5 y 15 minutos). Presentan contenidos de una determinada materia y favorecen la semipresencialidad en las aulas.

Una de las ventajas que ofrecen los mini-videos es su disponibilidad. Debido a su tamaño, no presentan dificultades para ser reproducidos en teléfonos móviles o cualquier otro dispositivo que incluya conexión a Internet.

Se ha comprobado que es efectiva la presencia de un tutor en el mini-video, que introduzca y desarrolle la sesión.

¿Cuál es el coste de la edición de un mini-video? En términos medios se precisan 5 horas de trabajo de preparación para la realización de un mini-video y la disposición de un estudio de grabación.

Lisa comenta que todas estas pistas están muy bien pero que le gustaría mucho ver un mini-video para comprobar lo efectivo que puede ser. Me parece buena idea y ahí va una muestra realizada en la Universidad Nacional de Educación a Distancia: [www.ia.uned.es/minivideos](http://www.ia.uned.es/minivideos)

**Ahora es el turno de Mafalda: ¿y los blogs?**

Un blog es un punto de encuentro de un grupo de sujetos en el que uno de ellos incorpora y organiza los contenidos. La diversidad de las aplicaciones que tienen los blogs también incluye la de herramienta educativa.

Hace unos años este tipo de recursos pasaban por la creación de páginas webs que requerían un mínimo de conocimientos acerca del lenguaje y programas para la creación y publicación de documentos web. Afortunadamente, ahora es sencilla la generación de un blog, pues existen diferentes posibilidades para su creación y desarrollo.

Los blogs son dispositivos útiles en la vertebración de otros recursos de un modo ordenado y participativo. En la enseñanza constituyen un marco de referencia para el estudiante donde es posible poner un punto de atención sobre determinados conceptos o problemas.

Lilo apunta: “¿y qué pasa con las webs especializadas para el aprendizaje on-line?”.

También son otro interesante recurso. Este tipo de webs tratan específicamente un área de conocimiento interaccionando con el estudiante.

Lo mejor es que veamos un ejemplo: **Onlinestatsbook.com** es un curso online que presenta los contenidos básicos de un actividad formativa en Estadística.

La práctica favorece la consolidación de las materias y precisamente esta web potencia el uso de experiencias que clarifiquen las dudas que surgen en la explicación de la asignatura.

Estoy seguro de que a Lilo le gustaría jugar con un dispositivo que dibujara las áreas correspondientes a una probabilidad bajo la distribución más conocida, la normal. Esto sería más divertido que revisar tablas tabuladas de probabilidad o directamente utilizar algún programa que proporcionara ese valor de modo directo. Probemos con un ejemplo:

Los compañeros de clase de Lilo tienen una altura media de 100 cm. y una desviación típica de 15 cm. Lilo se cuestiona muchas preguntas relacionadas con esta variable, y la primera de ellas sería conocer la probabilidad de que un compañero suyo presente una altura entre 95 y 105 cm.

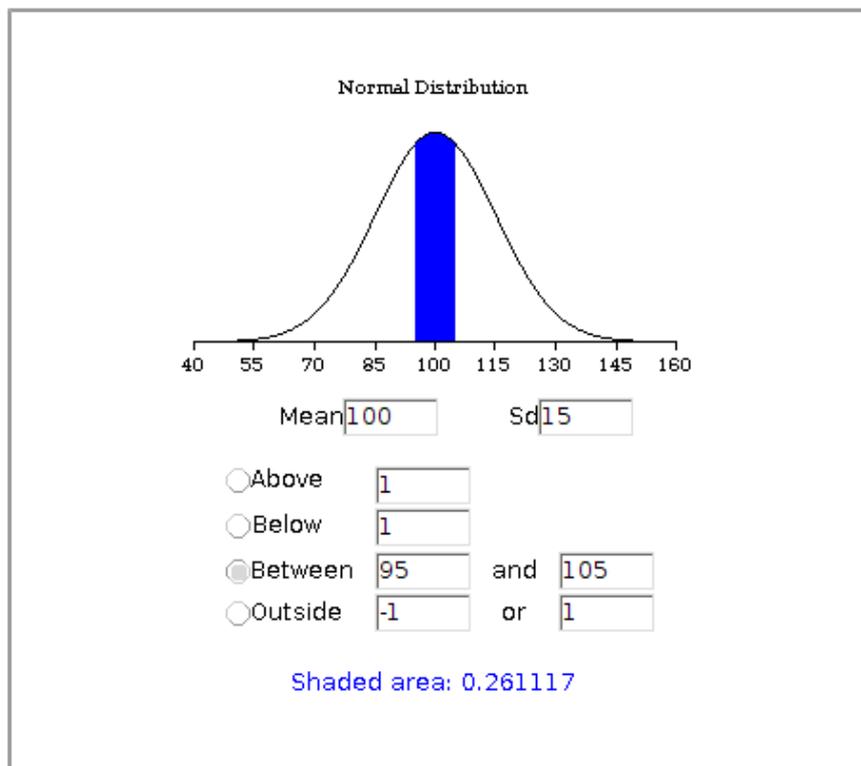


Fig.7 Distribución Normal. Onlinestatsbook.com

Tras definir los valores de los parámetros de la variable altura, a través del cuestionario anterior podemos formular diversas cuestiones, obteniendo como resultado la probabilidad buscada (0.26) y también una representación gráfica de esa probabilidad bajo la distribución de la normal.

Una vez que Lilo ha comprobado la sencillez del uso de este recurso, rápidamente lanza otra cuestión: “¿Qué ocurre con los más altos?”, le gustaría mucho conocer cuál es la probabilidad de ser alto (para él esto ocurre cuando la altura es mayor a 110 cm.). De manera semejante se obtiene la respuesta en el formato descrito anteriormente:

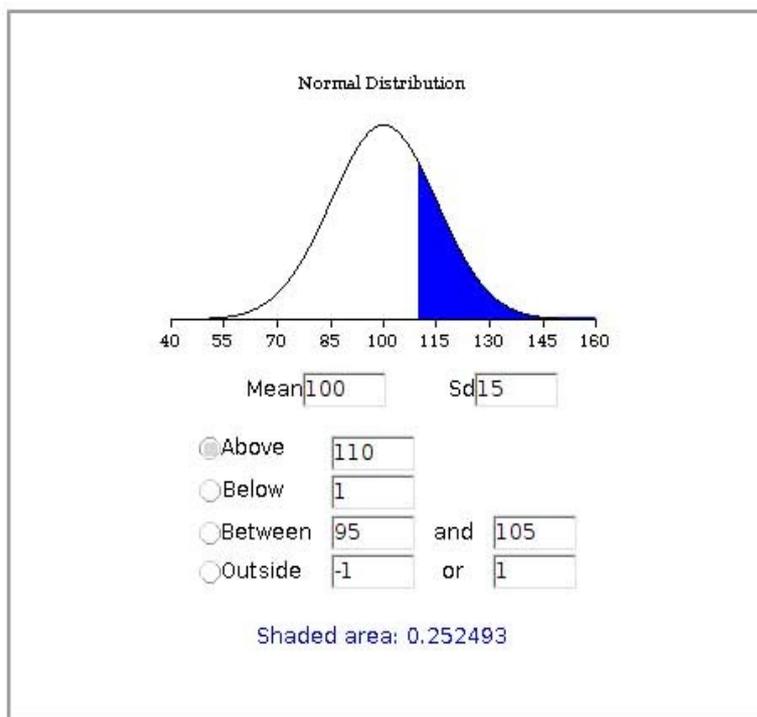


Fig.8 Distribución Normal. Onlinestatsbook.com

“Mmmm, hay una probabilidad de 0.25 de ser alto. ¡Interesante!”.

La dinamización de las sesiones es un elemento crucial. Por ello, la utilización de problemas que capten la atención del estudiante y los impliquen favoreciendo su participación, mejoran la sintonización entre tutor-materia-estudiante.

Siguiendo con la web anterior, se presentan clásicos problemas de probabilidad como el del cumpleaños, donde se requiere el cálculo de la probabilidad de que al menos dos personas en un grupo determinado de amigos hayan nacido el mismo día. Es un buen ejemplo para comprobar que la intuición no tiene por qué coincidir con la realidad y la probabilidad permite la cuantificación de esta situación de incertidumbre. Concretamente, la web permite obtener una simulación de fechas para el grupo de amigos descritos, visualizando los datos y acercando el problema a los alumnos de un modo más directo y fresco.

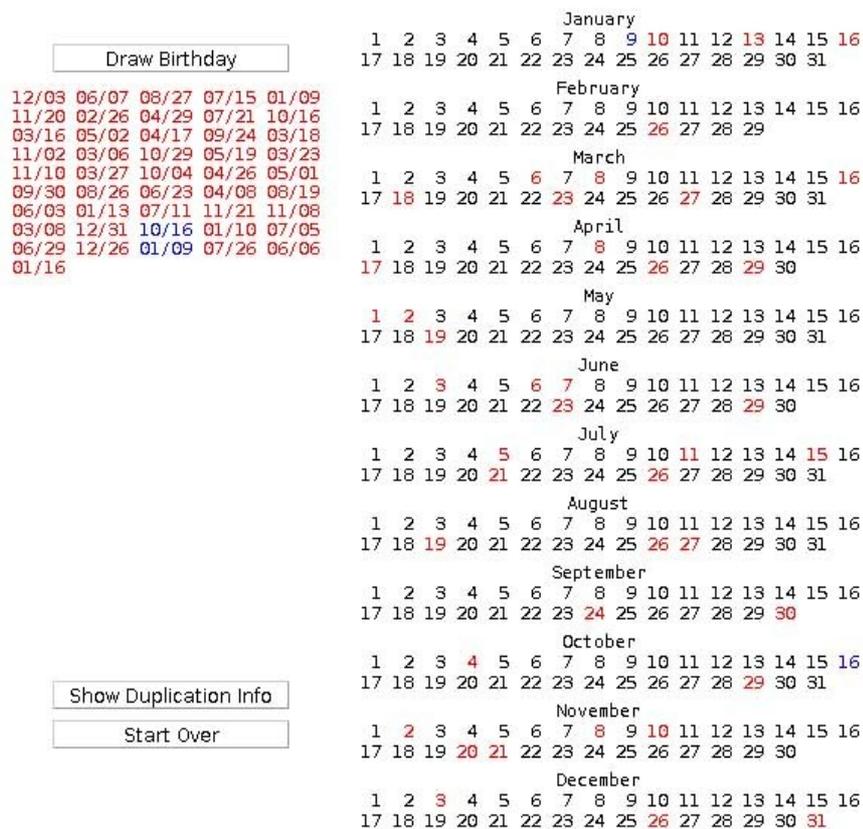


Fig.9 Distribución Normal. Onlinestatsbook.com

Además de las herramientas utilizadas, existen otras muchas que facilitan el aprendizaje de las matemáticas. La diversidad es una característica importante en la enseñanza y es bien recibida por los estudiantes.

### ¿Se pueden orientar estos recursos a personas con Altas Capacidades?

Los recursos descritos anteriormente, constituyen una opción válida para desarrollar procesos de individualización educativa. No todos los alumnos presentan las mismas capacidades ni ritmos de aprendizaje, por ello necesitamos una estrategia que integre el aprendizaje de las ciencias matemáticas de forma in-situ y on-line, de un modo combinado.

Mafalda está pensando si estas experiencias que hemos desarrollado y aplicado en el ámbito universitario se podrían aplicar en otras áreas. La respuesta es afirmativa.

Las técnicas presentadas favorecen el aprendizaje significativo. Deben estar enmarcadas en un proceso donde actúe un tutor o mentor, que desarrolla, coordina y supervisa el aprendizaje de los estudiantes.

Cualquier proceso debería ser continuamente revisado. Por ello, la retroalimentación es una fase importante en la aplicación de estas técnicas. Deben generarse dispositivos que recojan la opinión y cuantifiquen el efecto de la aplicación de estos métodos de aprendizaje. A partir de esta información, se pueden ajustar los mecanismos y mejorarlos.

## Blog de juegos topológicos

En este apartado, os mostramos algunas de las actividades publicadas en el blog de *Juegos Topológicos*, que han sido elaboradas por José Luis (tercer autor de esta comunicación) en colaboración con alumnado de Matemáticas de la Universidad de Almería. Parte de estas actividades se han experimentado ya con estudiantes de bachillerato, durante la semana de la ciencia de la Universidad de Almería 2010, en la Feria de la Ciencia de Sevilla 2011, y también con alumnos de 4º de primaria en el colegio de Abla (Almería). Nuestro propósito aquí es adaptarlas al nivel y capacidad de los niños y niñas de la asociación HAD en futuros talleres, bajo el *cibermentorado* de José Luis y la tutorización presencial de Araceli, conocedora de las dificultades y habilidades de cada niño y niña.

**Objetivo:** Transmitir a niños y niñas de altas capacidades conceptos avanzados sobre las dimensiones superiores, estudiando y manipulando politopos (objetos geométricos análogos a los poliedros, que existen en cualquier dimensión).

**Preguntas:** ¿Cómo podemos visualizar objetos geométricos en dimensión 4 y superiores? ¿Qué simetrías tienen dichos objetos? ¿Cuántas dimensiones tiene el universo en el que vivimos?

**Materiales:** Foco y pantalla para proyectar figuras de ZOME; corcho, alfileres de colores e hilos para representar politopos.

**Recursos:** Blog de Juegos Topológicos, Wikipedia, y programas de ordenador de visualización de polícoros JENN 3D, y similares.

**Habilidades:** El alumnado comprenderá y se asombrará con la belleza de las matemáticas que se esconden más allá de las 3 dimensiones espaciales y el tiempo.

**Motivación:** Será de gran motivación para el alumnado de altas capacidades el hecho de que la magnífica simetría que poseen estos politopos, aparezca en diversas teorías de física de partículas (véase por ejemplo, Lisi “*An Exceptionally Simple Theory of Everything*”, 2007).

**Desarrollo de las actividades:** Partiendo de los poliedros que ya conocen los niños y las niñas (como son los sólidos platónicos) o el hipercubo que han visto ya en el taller de pompas de jabón, queremos que sean capaces de “visualizar” objetos geométricos de dimensiones superiores. Un método del que disponemos es seccionar el objeto en cuestión o proyectarlo en el espacio tridimensional, y ver sus sombras (como cuando un médico manda radiografiar o escanear un órgano interno). Para estudiar los análogos a los “poliedros” en dimensiones superiores, llamados polícoros en 4 dimensiones, y politopos en general, utilizaremos el programa informático *JENN3D* (<http://www.jenn3d.org/>) y el kit de construcción *ZOME* (<http://www.zometool.com>). Con *ZOME* los niños y las niñas podrán construir, entre muchos otros, proyecciones tridimensionales del hipercubo (compuesto por 8 cubos) y del resto de polícoros regulares (hipertetraedro, hiperoctaedro, 24-celda, hiperdodecaedro, hipericosaedro). Podrán también ver las sombras planas de dichas proyecciones sobre una pantalla, y con ello, descubrir algunas de sus simetrías.

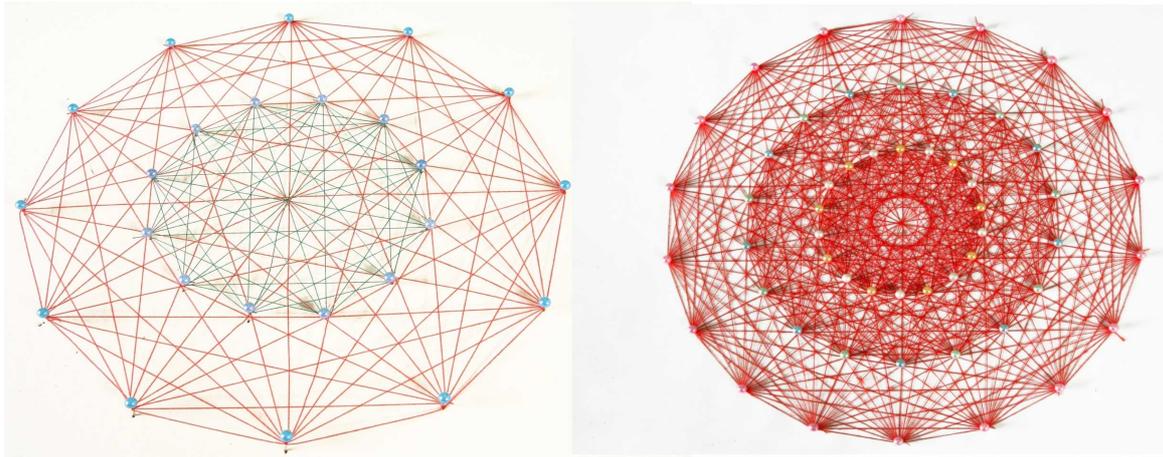


Fig 10. Sombra de un dodecaedro y burbuja dodecaédrica.



Fig 11. Sombra del Hyperdo de ZOME

Las sombras planas de los polítopos pueden plasmarse también en cuadros con hilo tensado, o hiloramas. Este trabajo manual les ayudará a entender las descomposiciones en celdas de estos polítopos y calcular, por ejemplo, su característica de Euler-Poincaré de forma combinatoria. Lo que los niños y niñas van a montar con hilos es tan solo el 1-esqueleto de estos fantásticos polítopos, es decir, sólo sus vértices y aristas, representados como un grafo plano.



Figuras 12 y 13: Polítopos E6 y E7.

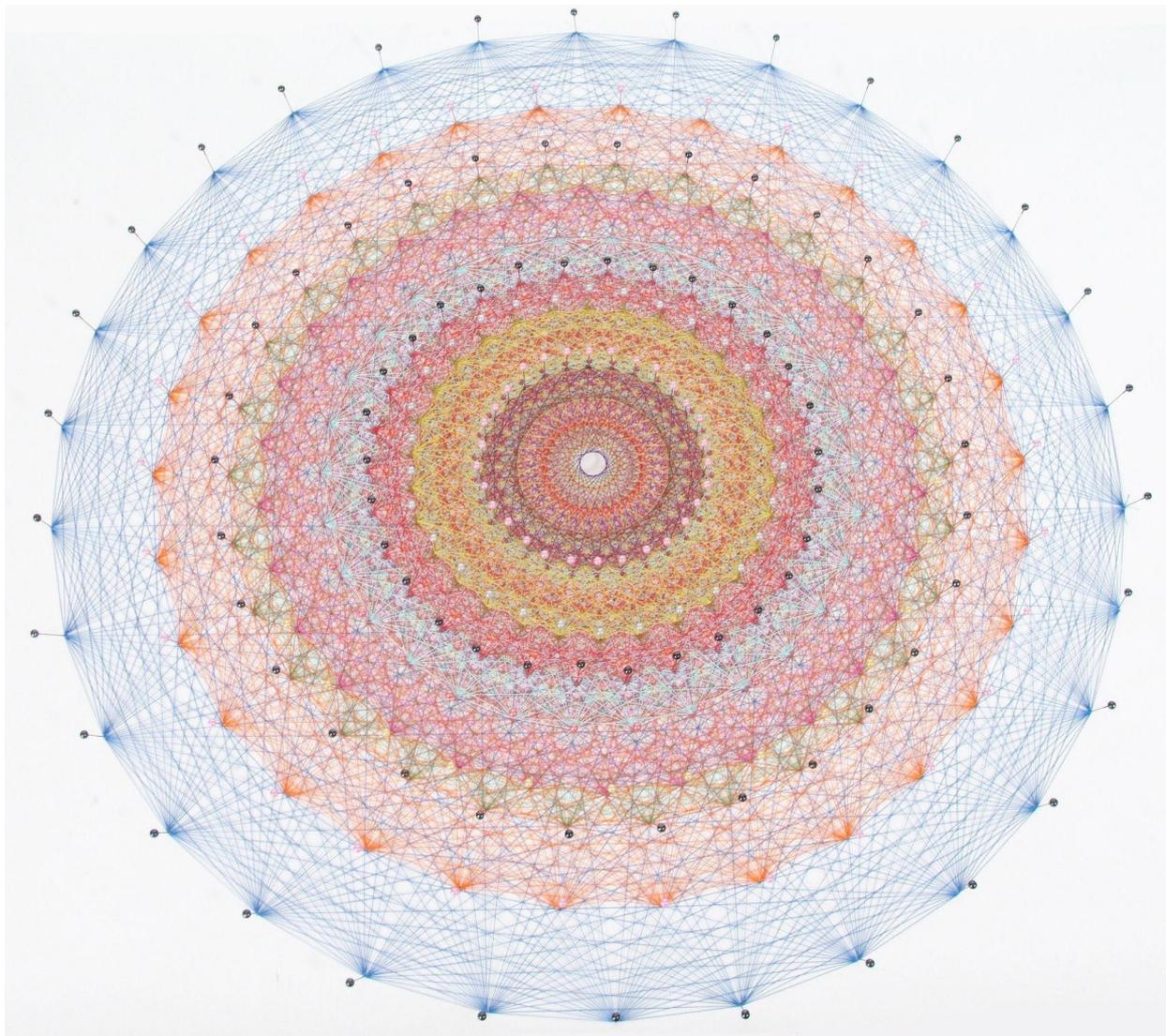


Fig.14 Polítopo E8

## CONCLUSIONES

Los recursos descritos anteriormente posibilitan el desarrollo de procesos de individualización educativa. No todos los alumnos presentan las mismas capacidades ni ritmos de aprendizaje, por ello esta estrategia educativa que integra el aprendizaje de las ciencias matemáticas de forma in-situ y on-line, constituye una herramienta que se puede orientar a personas con altas capacidades.

Las técnicas presentadas favorecen el aprendizaje significativo. Deben estar enmarcadas en un proceso donde actúe un tutor o mentor, que desarrolla, coordina y supervisa el aprendizaje de los estudiantes.

Cualquier proceso debería ser continuamente revisado. Por ello, la retroalimentación es una fase importante en la aplicación de estas técnicas. Deben generarse dispositivos que recojan la opinión y cuantifiquen el efecto de la aplicación de estos métodos de aprendizaje. A partir de esta información, se pueden ajustar los mecanismos y mejorarlos.

*La diversidad es una característica importante en la enseñanza y es bien recibida por nuestros estudiantes. Las nuevas tecnologías son una dimensión más dentro de la enseñanza orientada a niños y niñas con *Altas Capacidades y Talentos*, y permiten un aprendizaje individualizado que les “dará alas” para desarrollar gran parte de su potencial, con la ayuda de un *cibermentor/a*. Ello conlleva a contemplar la inteligencia emocional, ya que sin un guía, los niños, las niñas y adolescentes reciben un aprendizaje aséptico de la red, desde Internet, así que es vital la presencia de los cibermentores/as.*

Y todo queda al este de la *Campana de Gauss*.

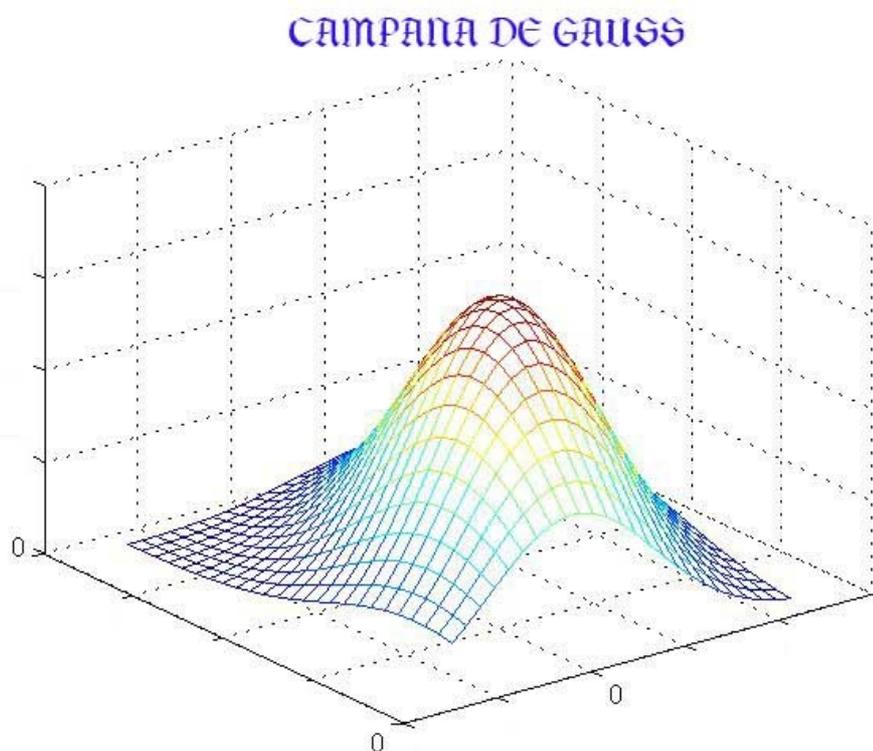


Fig. 15 CAMPANA DE GAUSS

## REFERENCIAS

### BIBLIOGRAFÍA

**FEENSTRA, Coks**, 2004. *El niño superdotado. Cómo reconocer y educar al niño con Altas Capacidades*. Barcelona. Editorial Médici.

**GARRETT LISI, Antony**, 2007. *An Exceptionally Simple Theory of Everything*.  
[http://en.wikipedia.org/wiki/An\\_Exceptionally\\_Simple\\_Theory\\_of\\_Everything](http://en.wikipedia.org/wiki/An_Exceptionally_Simple_Theory_of_Everything)

**HARDY, H.G**, 1999. *Apología de un matemático*. Madrid. Editorial Nivola, epistème/1.

### WEBS/BLOGS

<http://icaraideas.blogspot.com/>

<http://geometrygames.org/TorusGames/>

<http://geometrygames.org/HyperbolicBlanket/index.html>

<http://hadimension.blogspot.com>

<http://murenanza.blogspot.com/>

<http://onlinestatbook.com/rvls.html> On line Statistics Education: A free resource for introductory statistics

<http://superdotado-rof.blogspot.com/>

<http://topologia.wordpress.com/>

<http://www.esa.int/esaKIDSes/index.html>

<http://www.experiencingmaths.org/>

<http://www.helasculpt.com/>

[www.ia.uned.es/minivideos](http://www.ia.uned.es/minivideos) Universidad Nacional de Educación a Distancia

<http://www.jenn3d.org/>

<http://www.magomoebius.com/>

<http://www.ngs.es/>

<http://research.microsoft.com/apps/tools/tuva/index.html>

<http://www.youtube.com/education>

<http://www.zometool.com>

### MATERIAL MULTIMEDIA

**Documentos TV.** *Al este de la campana de Gauss*.

<http://www.veoh.com/watch/v8878582RHq3zHBE>

Redes. El Fracaso de los superdotados.

<http://www.youtube.com/watch?v=B9qrXuG0-Jw>



HIGH ABILITY  
DIMENSION